

EXAMEN DE FIN DE DEUXIEME SEMESTRE EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DISCRETES

CLASSES : L₁A...L₁F

DUREE : 02H

EXERCICE 1 (4pts)

Soit l'ensemble $A = \{ca, co, ga\}$; $B = \{ca, ga, tc\}$; $C = \{ca, co, gu\}$; $D = \{ce, ga, tc\}$ et $F = \{ce, ga, tc\}$

- 1) Vérifions si les quatre sous ensembles $E_1 = A \cap \bar{B}$, $E_2 = \bar{A} \cap B$, $E_3 = A \cap B$, $E_4 = \bar{A} \cup \bar{B}$ forment une partition de l'ensemble $E = \{ca, ce, co, ga, gu, tc\}$ (2pts)
- 2) Vérifions le théorème des quatre cardinaux de A et B (1pt)
- 3) Tracer le diagramme de Venn de $\overline{A \cap D}$ et de $\overline{A \cup F}$ (1pt)

EXERCICE 2 (3 pts)

Les 50 étudiants d'une classe de L1 de l'IAI disposent de deux options sportives : l'athlétisme et la natation.

27 étudiants pratiquent l'athlétisme et 29 la natation. 5 ne pratiquent aucun des deux sports. Rechercher :

- a) Le nombre d'étudiants qui pratiquent les deux sports (1 pt)
- b) En déduire le nombre qui pratiquent uniquement l'athlétisme et ceux qui pratiquent uniquement la natation (2 pts)

EXERCICE 3 (4pts)

Soient les prédicats $v, z, k, p, r, \text{ et } j$ définis sur un ensemble E . développer la négation dans chaque cas suivant :

- 1) Non (pour tout x appartenant à E , tel que $v(x)$ implique non $z(x)$)
- 2) Non (il existe x appartenant à E , tel que $k(x)$ et non $p(x)$)
- 3) Non (pour tout x appartenant E , non $r(x)$ ou bien $j(x)$)
- 4) Non (pour tout x appartenant à E , tel que $y(x)$ entraîne $q(x)$)

EXERCICE 4 ARITHMETIQUE DANS \mathbb{Z} (9pts)

- 1) Posons $\mu = 304939$ et $\pi = 151097$. Prouver que l'écriture $\mu \wedge \pi \times \mu \vee \pi = |\mu \times \pi|$ est vraie (3pts)
- 2) Démontrer, en utilisant l'algorithme d'Euclide que 564 et 271 sont premiers entre eux et en déduire deux entiers relatifs U et V tels que : $564U + 271V = 1$ (2pts)
- 3) Résoudre dans \mathbb{Z} : $12^{-1} \bmod 67$ et l'équation $756q + 245f = 13$ (3pts)
- 4) Si k est un nombre premier alors l'écriture $\mathbb{Z}/k\mathbb{Z}$ est ? (1pt)